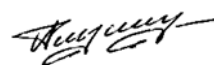


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
19.05.2022

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.32 Системы символьной математики**

1. Код и наименование направления: 01.03.04 Прикладная математика
2. Профиль подготовки: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
3. Квалификация выпускника: Бакалавр.
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: доц., к.ф.-м.н. Садчиков П.В.
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
Протокол № 0500-03 от 24.03.2022
8. Учебный год: 2023/ 2024                      Семестр(ы): 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- получение студентами теоретических знаний и практических навыков работы с современными пакетами прикладных математических программ для освоения методов решения задач математического моделирования физических процессов;

- формирование математической культуры студентов.

*Задачи учебной дисциплины:*

- изучение основ работы с современными пакетами прикладных математических программ;

- овладение навыками решения задач алгебры и математического анализа

- овладение навыками решения задач для дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными численными методами.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Системы символьной математики» к обязательной части Блока 1.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра», «Программирование для ЭВМ», «Дифференциальные уравнения».

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений, технологией программирования и работой на ЭВМ.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1.	Осуществляет поиск, сбор, хранение, обработку, представление информации при решении задач профессиональной деятельности	Знать: основные информационные технологии  Уметь: осуществлять сбор необходимой информации в библиотеке и интернете, составлять рефераты и научные отчеты, а также библиографические списки с помощью новых информационных технологий  Владеть: навыками работы с компьютером, интернетом и современными программными средствами
		ОПК-3.2.	Подбирает и использует информационные технологии при решении задач профессиональной деятельности	Знать: основные пакеты программ символьной математики  Уметь: применять на практике основные методы прикладных программных средств, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор численного решения  Владеть: навыками решения задач алгебры, математического анализа и задач для дифференциальных уравнений компьютерными методами
ОПК-4	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы,	ОПК-4.1	Использует основные принципы алгоритмизации задач в рамках	Знать: синтаксис и основные алгоритмы программ символьной математики  Уметь: строить алгоритмы программ для решения математических задач с помощью компьютерных технологий

	пригодные для практического применения		профессиональной деятельности и разработки компьютерных программ	Владеть: навыками нахождения оптимального решения задач алгебры, математического анализа и задач для дифференциальных уравнений в программном пакете
		ОПК-4.2	Проводит тестирование и отладку компьютерных программ с целью апробации разработанных моделей и алгоритмов	Знать: принципы работы компьютерных систем Уметь: тестировать программы по построенным алгоритмам и сконструированным математическим моделям  Владеть: навыками пользования современными программными средствами для решения задач математического анализа, линейной алгебры и математической физики

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.—   2   /   72  .**

**Форма промежуточной аттестации: Зачет – 3 семестр**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			9 семестр
Контактная работа		34	34
в том числе:	лекции	-	-
	практические	-	-
	лабораторные	34	34
	курсовая работа	-	-
Самостоятельная работа		38	38
Промежуточная аттестация		-	-
Итого:		<b>72</b>	<b>72</b>

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лабораторные занятия</b>			
1.1	Основные программы символьной математики	Mathematica, Maple, альтернативные пакеты (Maxima, Octave, Derive 6), MatLab, MathCad.	<a href="#">Курс: Универсальные математические пакеты копия 1 (vsu.ru)</a>
1.2	Основные характеристики программы Maxima, операции математического анализа.	Основные характеристики программы Maxima, интерфейс программы Maxima, численные вычисления, упрощение выражений, тригонометрические преобразования.	
		Простейшие операции математического анализа: вычисление пределов, дифференцирование и интегрирование в Maxima. Числовые ряды. Представление числовых рядов в Maxima.	

1.3	Решение алгебраических уравнений и систем в Maxima. Матричные вычисления.	Матричные вычисления. Определители.
		Решение алгебраических уравнений в Maxima. Решение систем алгебраических уравнений.
1.4	Дифференциальные уравнения в Maxima Графические возможности Maxima. Обработка данных	Обыкновенные дифференциальные уравнения, задача Коши.
		Построение графиков: двумерного и трехмерного изображений, опции графики в Maxima. Обработка данных в Maxima.
1.5	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в Maxima.	Метод Эйлера
		Метод Эйлера-Коши, Рунге-Кутта 4 порядка точности
1.6	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей.	Метод конечных разностей. решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений
1.7	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных
		Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные программы символьной математики			2	2	4
2	Основные характеристики программы Maxima, операции математического анализа			6	6	12
3	Решение алгебраических уравнений и систем в Maxima. Матричные вычисления.			6	6	12
4	Дифференциальные уравнения в Maxima Графические возможности Maxima. Обработка данных			6	6	12
5	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в Maxima			6	6	12
6	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных			4	6	10

	уравнений методом конечных разностей					
7	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных			4	6	10
	Итого:			34	38	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

1. Выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине.

2. Выполнять домашние задания. Выполнение домашних заданий направлено на отработку навыков использования средств и возможностей изучаемых компьютерных программ. При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения выполнения задания, проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю и разрешить возникшие трудности.

3. Посещать аудиторные лабораторные занятия.

4. Сдать лабораторные работы по изученным темам. При подготовке и сдачи лабораторных работ рекомендуется использование учебной и учебно-методической литературы. По всем темам представляются распечатанные материалы, которые используются в работе, как в лаборатории, так и при выполнении домашних заданий. В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

5. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в компьютерном классе.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Символьные вычисления в системе компьютерной математики Maxima [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ., обуч. по направлениям 01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 01.03.04 Прикладная математика и по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика] : [для 2-5 к. очной формы обучения мат. фак.] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: С.А. Ткачева, Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-268.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-268.pdf</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Системы Символьной Математики. Построение вычислений, работа с пакетами приложений : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: В.П. Глушко , П.В. Садчиков , С.А. Ткачева .— Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2008 .— 52 с. : ил. — Библиогр.: с.52. <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m09-132.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m09-132.pdf</a> >

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
-------	----------

1	Mathematica ( <a href="http://www.wolfram.com/">http:// www.wolfram.com/</a> )
2	Maple 9 Learning Guide.Toronto: Maple Soft,a division of Waterloo Maple Inc., 2003. ( <a href="http://www.maplesoft.com/">http:// www.maplesoft.com/</a> )
3	Maxima ( <a href="http://www.maxima.sourceforge.net/">http:// www.maxima.sourceforge.net/</a> )
4	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
5	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
6	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
7	Электронный курс <a href="#">Курс: Универсальные математические пакеты копия 1 (vsu.ru)</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Символьные вычисления в системах компьютерной математики : учебно-методическое пособие / сост. : С. А. Ткачева, П. В. Садчиков, Л. В. Безручкина .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020 .— 70 с. — Тираж 50. 4,1 п.л.

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» ([Курс: Универсальные математические пакеты копия 1 \(vsu.ru\)](#)).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, Maxima, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

Компьютерный класс

(394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I)

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>);

Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные программы символьной математики	ОПК-3	ОПК-3.1, ОПК - 3.2	Лабораторные работы
2	Основные характеристики программы Maxima, операции математического анализа	ОПК-3	ОПК-3.1, ОПК - 3.2	Лабораторные работы

3	Решение алгебраических уравнений и систем в Maxima. Матричные вычисления.	ОПК-3	ОПК-3.1, ОПК - 3.2	Лабораторные работы
4	Дифференциальные уравнения в Maxima Графические возможности Maxima. Обработка данных	ОПК-3	ОПК-3.1, ОПК - 3.2	Лабораторные работы.
5	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в Maxima.	ОПК-4	ОПК -4.1, ОПК-4.2	Лабораторные работы
6	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей.	ОПК-4	ОПК -4.1, ОПК-4.2	Лабораторные работы
7	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных	ОПК-4	ОПК -4.1, ОПК-4.2	Лабораторные работы
Промежуточная аттестация Форма контроля - зачет				Перечень вопросов и заданий к зачету

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Примерный перечень задач для лабораторных работ:

1. Вычислите первую производную функции в пакете Maxima

$$y = \frac{1}{6}x^6 - \frac{2}{5}x^5 + \frac{5}{3}x^3 + 2x + 7.$$

2. Решите следующую систему уравнений матричным способом

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 2 \\ 3x - y + 3z = 1 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}.$$

3. Найдите  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^3 x}$  (в пакете Maxima).

4. Решить дифференциальное уравнение в пакете Maxima:

$$y'' - y' - 2y = 0.$$

5. Вычислите  $\int \frac{x dx}{(x-1)(x+1)^2}$  (в пакете Maxima).

6. Вычислите произведение матриц (в пакете Maxima) A.B и B.A, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -4 \\ 7 & -2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & -2 \\ 6 & -7 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Разложить в ряд Тейлора следующие функции

1.  $\sin^2 x$

2.  $\ln(2+x)$

8. Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

а)  $(1+e^x)y \cdot y' = e^x$ ;  $y=1$  при  $x=0$ ; б)  $y'' + 4y' = 12x^2 - 2x + 2$ ;  $y=0$ ,  $y'=0$  при  $x=0$ , построить графики решений.

9. Найти значение всех корней уравнения: а)  $x^5 - 1 = 0$ ; б) найти приближенной  $\cos x$  в окрестности точки  $x=1$  с точностью до 0,001.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля: определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением лабораторных работ.

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### Перечень теоретических вопросов:

1. Численные вычисления, упрощение выражений, тригонометрические преобразования в Maxima

2. Вычисление пределов, дифференцирование и интегрирование в Maxima

3. Числовые ряды Представление числовых рядов в Maxima

4. Решение алгебраических уравнений в Maxima

5. Матричные вычисления. Определители. Решение систем алгебраических уравнений

6. Дифференциальные уравнения в Maxima



7. Графические возможности Maxima. Обработка данных
8. Метод Эйлера
9. Метод Эйлера-Коши
10. Метод Рунге–Кутта 4 порядка точности
11. Метод конечных разностей решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений
12. Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных

### Перечень практических заданий:

1. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  на отрезке  $[a, b]$ , при заданном начальном условии  $y(a) = c$  с шагом  $h$ : Методом Эйлера, методом Эйлера-Коши, методом Рунге-Кутта 4 порядка, найти величину погрешности в каждом случае, построить графики решений и сравнить приближенные решения с точным решением. Какой из методов дает более точное приближение?

1.  $y' = 5x + 2\cos(y + 2.6)$ ,  $y(0) = 1.5$ ,  $[0, 1]$ ;
2.  $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $[0, 1]$ ;
3.  $y' = 3e^x + 2y$ ,  $y(0.3) = 1.415$ ,  $[0.3; 0.6]$ ;
4.  $y' = x^2 + y^2$ ,  $y(0) = 0.27$ ,  $[0, 1]$ ;
5.  $y' = x^2 - xy + y^2$ ,  $y(0) = 0.1$ ,  $[0, 1]$ ;
6.  $y' = x + \sin \frac{y}{3}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $[0, 2]$ ;
7.  $y' = 5 - 2\sin(y + x)^2$ ,  $y(0) = 1.5$ ,  $[0, 1]$ ;
8.  $y' = \frac{2y - x}{y}$ ,  $y(1) = 2$ ,  $[1, 2]$ ;
9.  $y' = 2x + \cos y$ ,  $y(0) = 0$ ,  $[0, 0.1]$ ;
10.  $y' = x^3 - y$ ,  $y(1) = -1$ ,  $[1, 2]$ ;
11.  $y' = 2x^2 + xy + 3y^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $[0, 1]$ ;
12.  $y' = 2xy + x^2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $[0, 0.5]$ ;
13.  $y' = 7 + 2\sin(y - x)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $[0, 1]$ ;
14.  $y' = x - \sin \frac{2y}{3}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $[0, 2]$ ;
15.  $y' = 2x - y$ ,  $y(0) = -1$ ,  $[0, 0.5]$ ;

2. Найти решение уравнения  $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$  на отрезке

$[a, b]$  удовлетворяющего условиям  $\begin{cases} \alpha_1 y(a) + \alpha_2 y'(a) = A \\ \beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) = B \end{cases}$ ,

где  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  - постоянные и  $|\alpha_1| + |\alpha_2| \neq 0, |\beta_1| + |\beta_2| \neq 0$ .

1.  $y'' + y' - xy = 2x^2$ ,  $\begin{cases} y'(0.6) = 0.57 \\ y(0.9) - 0.95y'(0.9) = 3 \end{cases}$
2.  $y'' + 2y' + \frac{y}{2x} = 10$ ,  $\begin{cases} y(0.4) = 0.7 \\ y(0.7) - 2y'(0.7) = 3 \end{cases}$

3.  $y'' + xy' + 2y = x - 3, \begin{cases} y(0.9) - 4y'(0.9) = -1 \\ y(1.2) = 3 \end{cases}$
4.  $y'' + y' - 2xy = x^2, \begin{cases} y(0.6) = 0.5 \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 6 \end{cases}$
5.  $y'' - 2xy' + y = 1, \begin{cases} y(0.85) - 2y'(0.85) = -1 \\ y(1.15) = 2 \end{cases}$
6.  $y'' + 2y' - \frac{y}{3x} = 9, \begin{cases} y(0.4) = 0.1 \\ y(0.7) - y'(0.7) = -3 \end{cases}$
7.  $y'' - 3y' + xy = 2.5x^2, \begin{cases} y'(0.5) = 0.6 \\ y(0.8) - 0.8y'(0.8) = 2.5 \end{cases}$
8.  $y'' + 2y' - xy = x^2, \begin{cases} y'(0.5) = 0.4 \\ y(0.8) - 0.8y'(0.8) = 3.5 \end{cases}$
9.  $y'' - 0.5y' + 1.5xy = -3x^2, \begin{cases} y'(0.6) = 0.6 \\ y(0.9) - 0.9y'(0.9) = 2 \end{cases}$
10.  $y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 7, \begin{cases} y(0.3) = 0.15 \\ y(0.6) - y'(0.6) = -2.5 \end{cases}$

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Системы символьной математики» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты лабораторных работ. Зачет проходит в форме индивидуального опроса по перечню вопросов к зачету и выполнения в программе Maxima задач из перечня практических заданий. Для получения оценки «зачтено» на зачете в конце 3 семестра у обучающегося должны быть сданы все лабораторные работы. В противном случае, студент должен ответить на соответствующие дополнительные вопросы в ходе проведения зачета.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p><b>«Зачтено»</b> выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; знает основы работы с программой Maxima, правильно выполнил предложенные задания на компьютере.</p> <p>Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной работы, систематическая активная работа на лабораторных занятиях.</p>	<b>«Зачтено»</b>
<p><b>«Не зачтено»</b> Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и задач. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	<b>«Не зачтено»</b>

